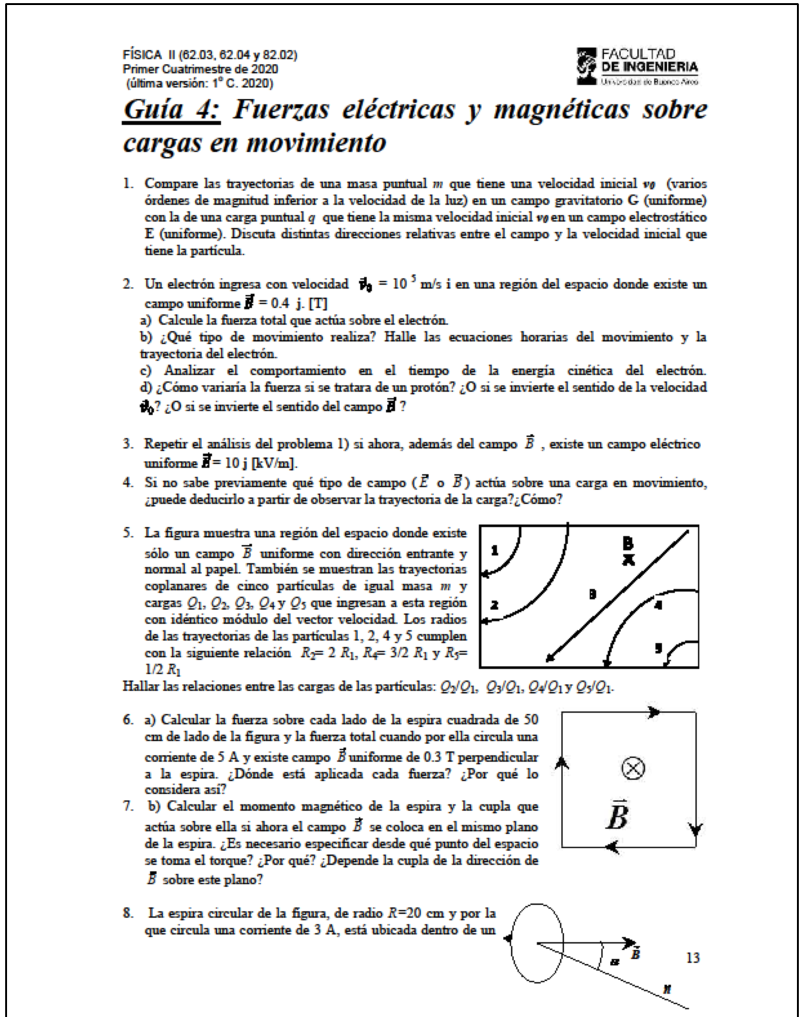
Guía 5

Magnetostática en vacío

Problema N.° 1

Hasta ahora, el campo magnético estaba en el espacio, pero no sabíamos qué lo provocaba ni de qué dependía



FÍSICA II (62.03, 62.04 y 82.02)
Primer Cuatrimestre de 2020
(última versión: 1° C. 2020)

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Guía 4: *Fuerzas eléctricas y magnéticas sobre cargas en movimiento*

1. Compare las trayectorias de una masa puntual m que tiene una velocidad inicial v_0 (varios órdenes de magnitud inferior a la velocidad de la luz) en un campo gravitatorio G (uniforme) con la de una carga puntual q que tiene la misma velocidad inicial v_0 en un campo electrostático E (uniforme). Discuta distintas direcciones relativas entre el campo y la velocidad inicial que tiene la partícula.

2. Un electrón ingresa con velocidad $\vec{v}_0 = 10^5$ m/s i en una región del espacio donde existe un campo uniforme $\vec{B} = 0.4$ j. [T]
   a) Calcule la fuerza total que actúa sobre el electrón.
   b) ¿Qué tipo de movimiento realiza? Halle las ecuaciones horarias del movimiento y la trayectoria del electrón.
   c) Analizar el comportamiento en el tiempo de la energía cinética del electrón.
   d) ¿Cómo variaría la fuerza si se tratara de un protón? ¿O si se invierte el sentido de la velocidad $\vec{v}_0$? ¿O si se invierte el sentido del campo $\vec{B}$?

3. Repetir el análisis del problema 1) si ahora, además del campo $\vec{B}$, existe un campo eléctrico uniforme $\vec{B}$= 10 j [kV/m].
4. Si no sabe previamente qué tipo de campo ($\vec{E}$ o $\vec{B}$) actúa sobre una carga en movimiento, ¿puede deducirlo a partir de observar la trayectoria de la carga?¿Cómo?

5. La figura muestra una región del espacio donde existe sólo un campo $\vec{B}$ uniforme con dirección entrante y normal al papel. También se muestran las trayectorias coplanares de cinco partículas de igual masa m y cargas Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 y Q_5 que ingresan a esta región con idéntico módulo del vector velocidad. Los radios de las trayectorias de las partículas 1, 2, 4 y 5 cumplen con la siguiente relación $R_2= 2\ R_1$, $R_4= 3/2\ R_1$ y $R_5= 1/2\ R_1$

Hallar las relaciones entre las cargas de las partículas: Q_2/Q_1, Q_3/Q_1, Q_4/Q_1 y Q_5/Q_1.

6. a) Calcular la fuerza sobre cada lado de la espira cuadrada de 50 cm de lado de la figura y la fuerza total cuando por ella circula una corriente de 5 A y existe campo $\vec{B}$ uniforme de 0.3 T perpendicular a la espira. ¿Dónde está aplicada cada fuerza? ¿Por qué lo considera así?
7. b) Calcular el momento magnético de la espira y la cupla que actúa sobre ella si ahora el campo $\vec{B}$ se coloca en el mismo plano de la espira. ¿Es necesario especificar desde qué punto del espacio se toma el torque? ¿Por qué? ¿Depende la cupla de la dirección de $\vec{B}$ sobre este plano?

8. La espira circular de la figura, de radio R=20 cm y por la que circula una corriente de 3 A, está ubicada dentro de un

Ley de Biot - Savart

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$\boxed{[\vec{B}] = T\ (Tesla)}$$

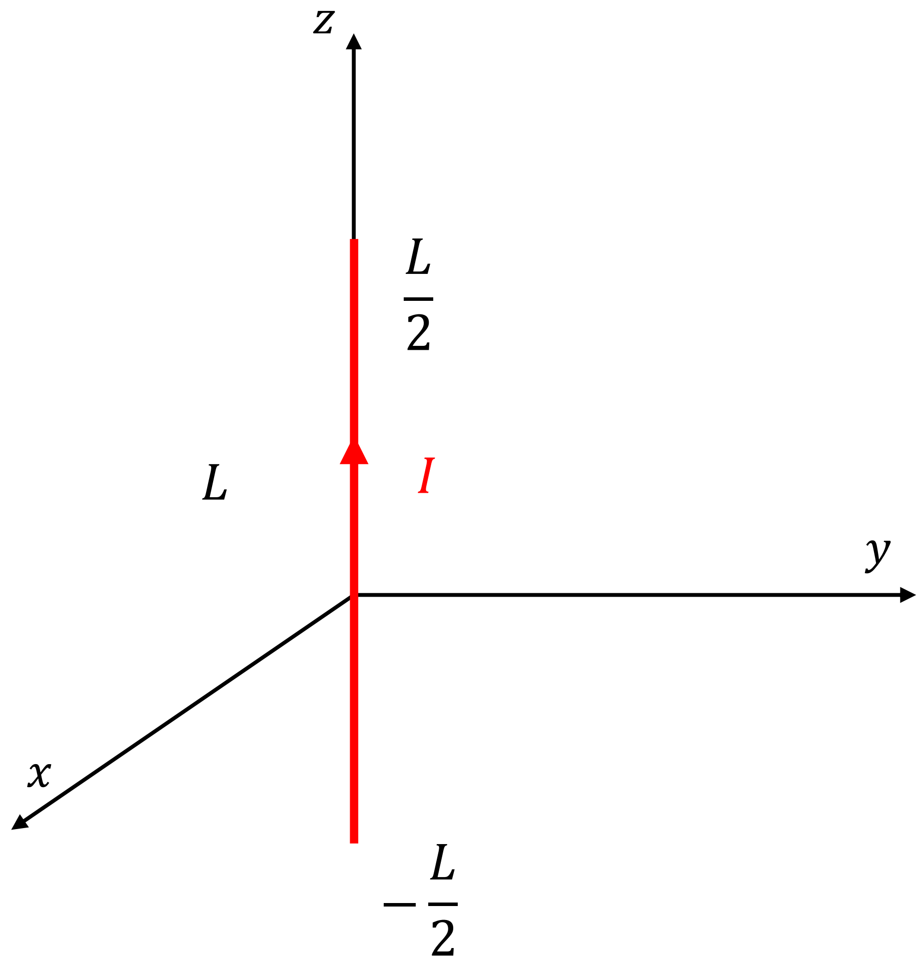
Guía 5: Magnetostática en vacío

1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo *L* que transporta una corriente *I* uniforme y constante.

   b) Idem a) para longitud infinita.

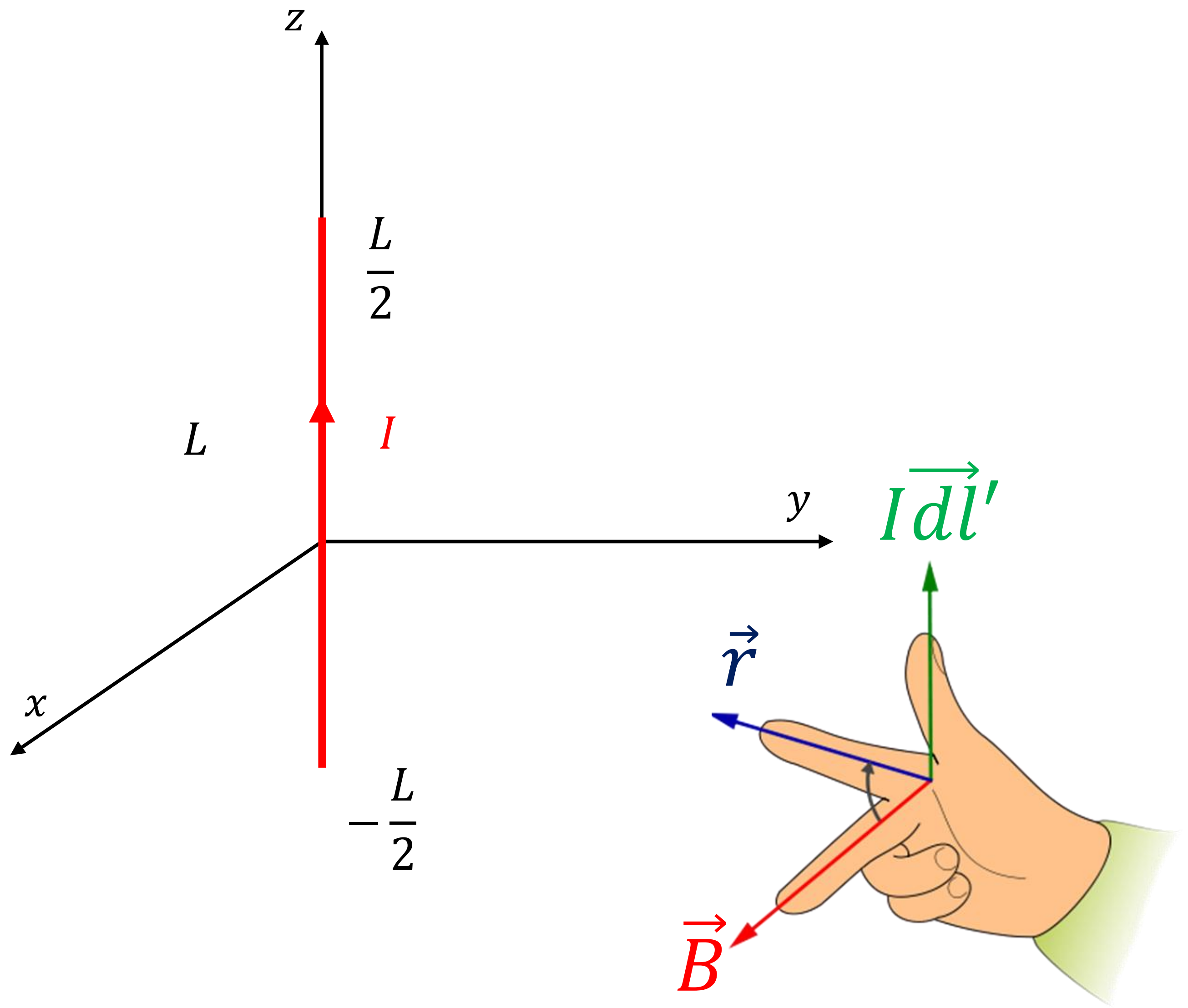
1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo *L* que transporta una corriente *I* uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$



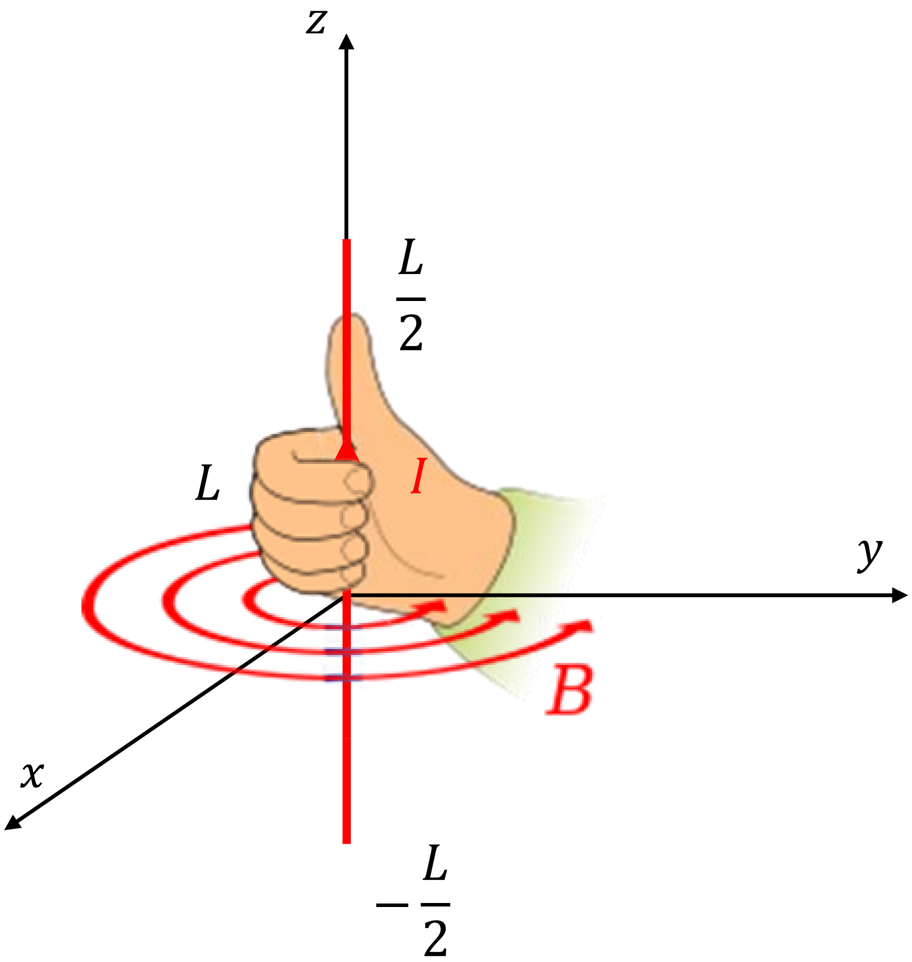
1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$



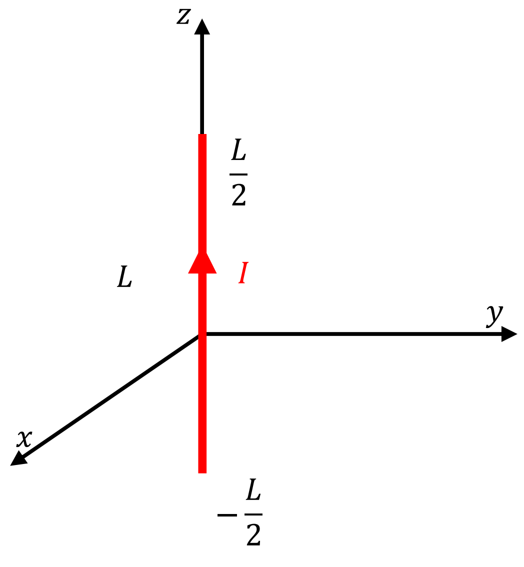
1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo *L* que transporta una corriente *I* uniforme y constante.

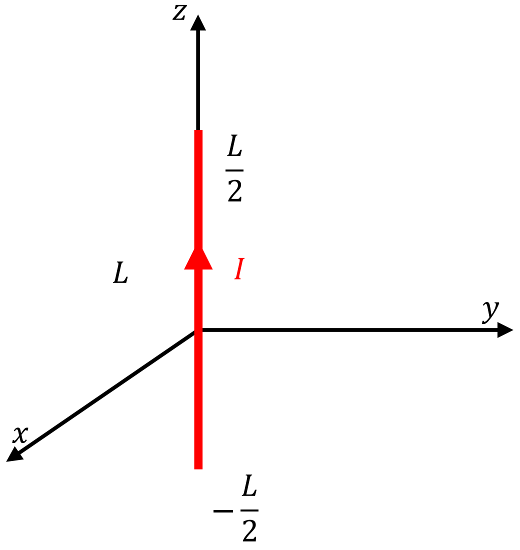
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

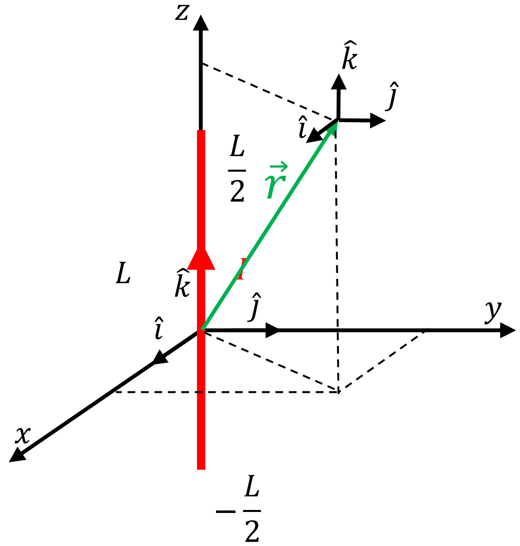


1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$



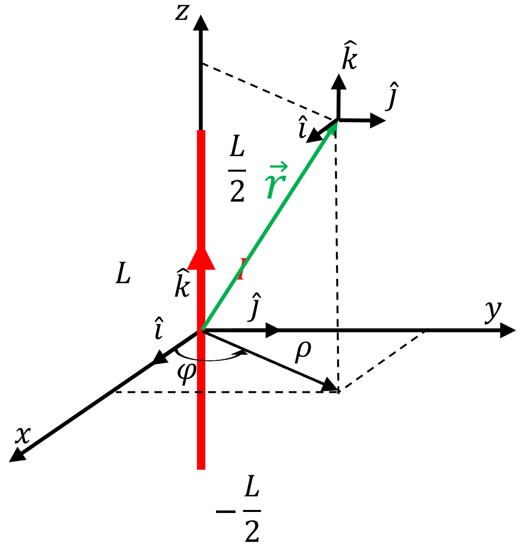
1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \le z' \le \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

$$\vec{r} = \rho\cos\varphi\,\hat{\imath} + \rho\sin\varphi\,\hat{\jmath} + z\hat{k}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

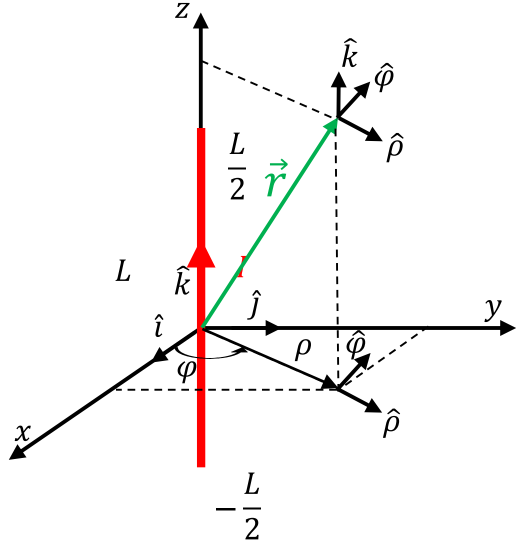
$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

$$\vec{r} = \rho\cos\varphi\,\hat{\imath} + \rho\sin\varphi\,\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$



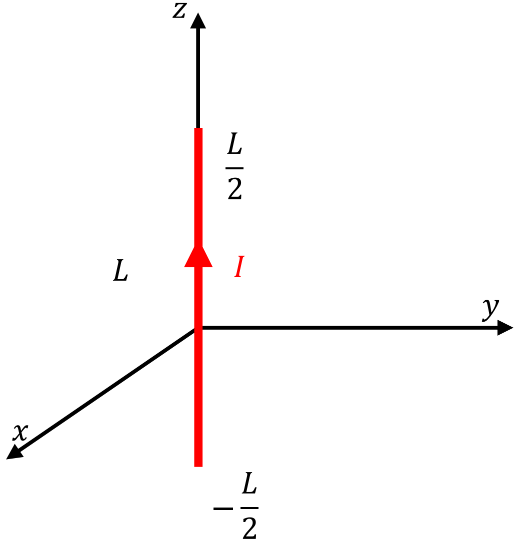
1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = z'\hat{k}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

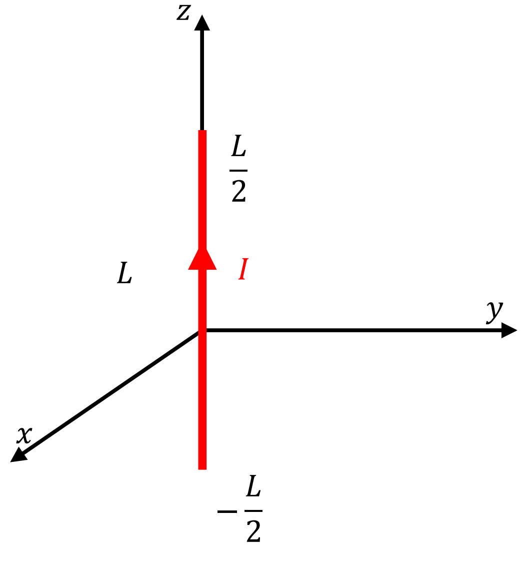
$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = z'\hat{k}$$

$$(\vec{r}-\vec{r}') = \rho\hat{\rho} + (z-z')\hat{k}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo *L* que transporta una corriente *I* uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \le z' \le \frac{L}{2}$$

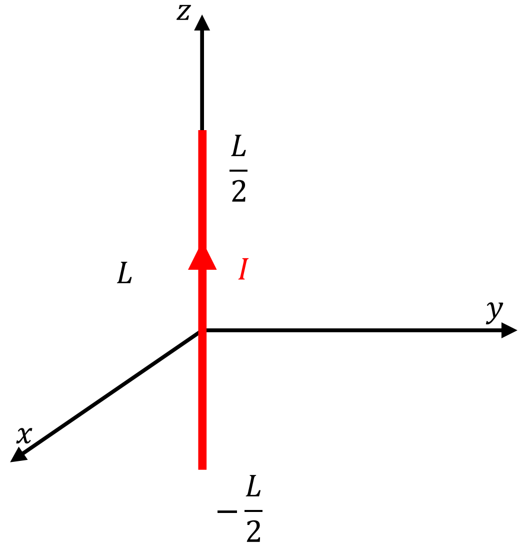
$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = z'\hat{k}$$

$$(\vec{r}-\vec{r}') = \rho\hat{\rho} + (z-z')\hat{k}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = (\rho^2 + (z-z')^2)^{1/2}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'|^3 = (\rho^2 + (z-z')^2)^{3/2}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = z'\hat{k}$$

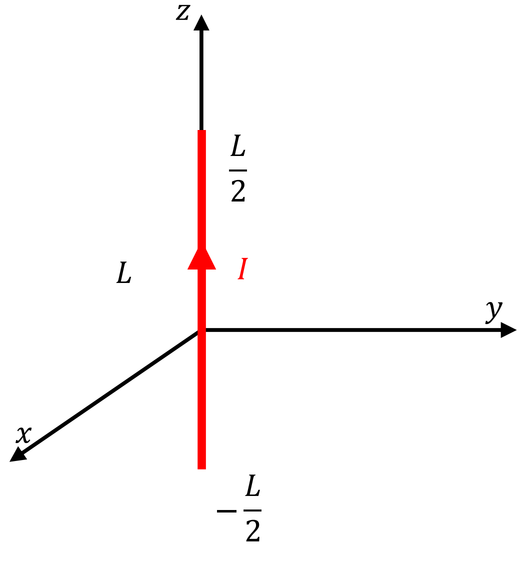
$$(\vec{r} - \vec{r}') = \rho\hat{\rho} + (z - z')\hat{k}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = (\rho^2 + (z - z')^2)^{3/2}$$

$$\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}') = \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{k} \\ 0 & 0 & dz' \\ \rho & 0 & (z - z') \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}') = 0\hat{\rho} + \rho dz'\hat{\varphi} + 0\hat{k}$$

$$\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r} - \vec{r}') = \rho dz'\hat{\varphi}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \le z' \le \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = z'\hat{k}$$

$$(\vec{r}-\vec{r}') = \rho\hat{\rho} + (z-z')\hat{k}$$

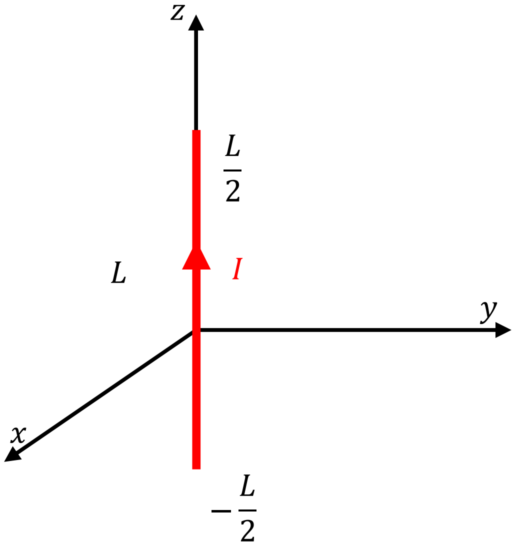
$$|\vec{r}-\vec{r}'| = (\rho^2 + (z-z')^2)^{3/2}$$

$$\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}') = \rho dz'\hat{\varphi}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{I\rho dz'\hat{\varphi}}{(\rho^2 + (z-z')^2)^{3/2}}$$

$$B_\varphi(\rho, z) = \frac{\mu_0 I\rho}{4\pi}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{dz'}{(\rho^2 + (z-z')^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B}(\rho, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\frac{\left(\frac{L}{2}-z\right)}{\sqrt{\rho^2 + \left(z-\frac{L}{2}\right)^2}} + \frac{\left(\frac{L}{2}+z\right)}{\sqrt{\rho^2 + \left(z+\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{\varphi}$$



1. a) Calcular el $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

a) $$\vec{B}(\rho, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\frac{\left(\frac{L}{2}-z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z-\frac{L}{2}\right)^2}} + \frac{\left(\frac{L}{2}+z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z+\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{\varphi}$$

$$d\vec{l}' = dz'\hat{k} \qquad -\frac{L}{2} \le z' \le \frac{L}{2}$$

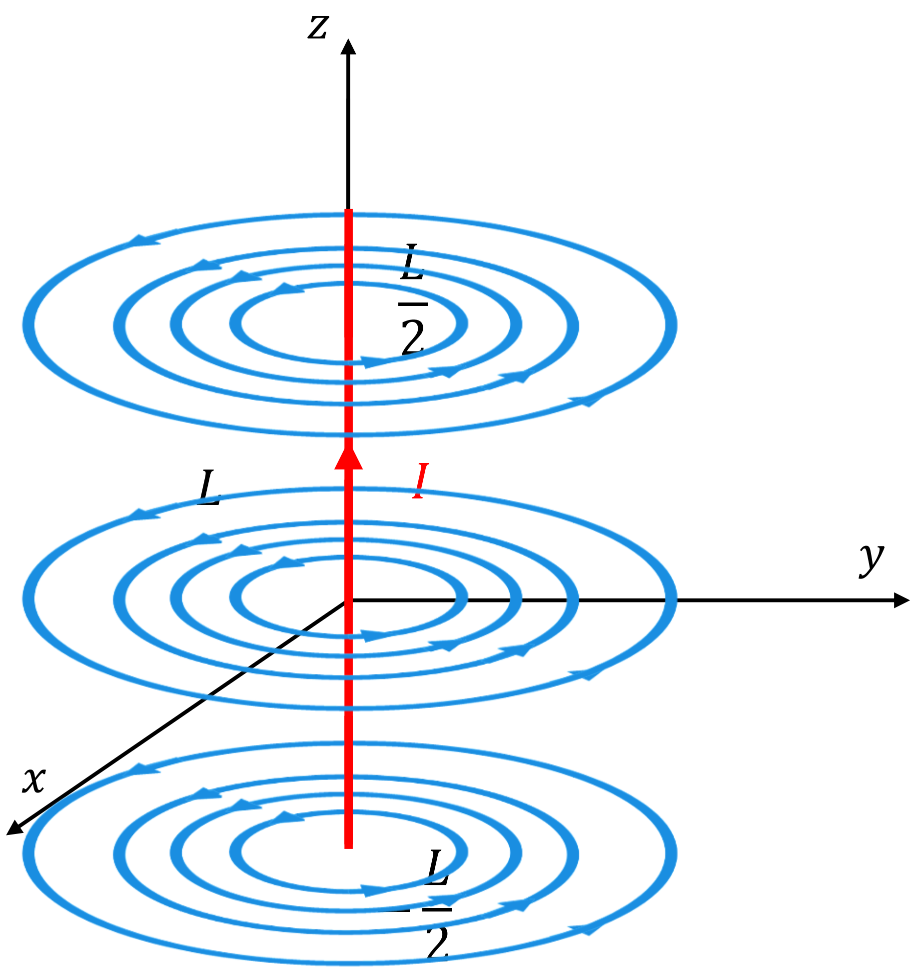
$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

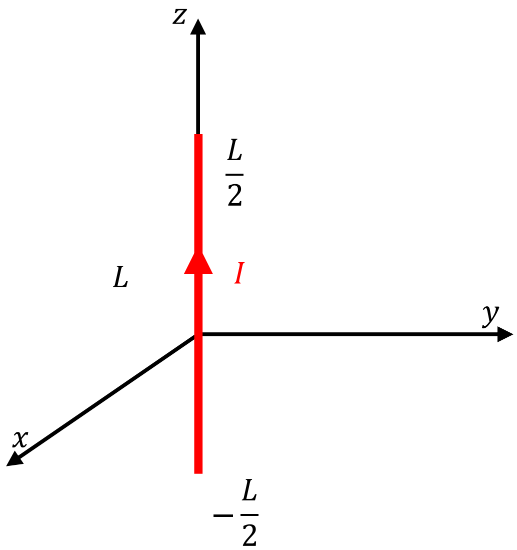
$$\vec{r}' = z'\hat{k}$$

$$(\vec{r}-\vec{r}') = \rho\hat{\rho} + (z-z')\hat{k}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = (\rho^2 + (z-z')^2)^{3/2}$$

$$\overrightarrow{dl}' \times (\vec{r}-\vec{r}') = \rho dz'\hat{\varphi}$$





b) Idem a) para longitud infinita.

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

a) $\vec{B}(\rho,z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\frac{\left(\frac{L}{2}-z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z-\frac{L}{2}\right)^2}} + \frac{\left(\frac{L}{2}+z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z+\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{\varphi}$

Hacemos tender *L* a infinito

$$B_\varphi = \lim_{L\to\infty}\left(\frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\frac{\left(\frac{L}{2}-z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z-\frac{L}{2}\right)^2}} + \frac{\left(\frac{L}{2}+z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z+\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\right)$$

$$B_\varphi = \lim_{L\to\infty}\left(\frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\frac{1}{\sqrt{\overbrace{\left(\frac{\rho}{\frac{L}{2}-z}\right)^2}^{0}+1}} + \frac{1}{\sqrt{\overbrace{\left(\frac{\rho}{z+\frac{L}{2}}\right)^2}^{0}+1}}\right)\right)$$

$$\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}2\hat{\varphi}$$

$$\boxed{\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\varphi}}$$

Recordar este resultado y tener en cuenta todo el tiempo y esfuerzo que hicimos.